МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ЧЕБОКСАРСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) МОСКОВСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

**Кафедра информационных технологий,
электроэнергетики и систем управления**

УТВЕРЖДАЮ
Директор филиала
А.В. Агафонов
«26» мая 2022 г.

Методические рекомендации по подготовке и защите расчетно-графической работы №1 по дисциплине

Математика
(наименование дисциплины)

Направление подготовки **21.03.01 Нефтегазовое дело**
(код и наименование направления подготовки)

Направленность (профиль) образовательной программы **Эксплуатация и обслуживание объектов транспорта и хранения нефти, газа и продуктов переработки**
(наименование профиля подготовки)

Квалификация выпускника **бакалавр**

Форма обучения **очная, очно-заочная**

Чебоксары, 2022

Методические указания разработаны в соответствии с:

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с:

- Федеральный государственный образовательный стандарт по направлению подготовки 21.03.01 «Нефтегазовое дело» и уровню высшего образования бакалавриат, утвержденный приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 96 от 09 февраля 2018 года, зарегистрированный в Минюсте 02 марта 2018 года, рег. номер 50225;
- учебным планом (очной, очно-заочной формам обучения) по направлению подготовки 21.03.01 «Нефтегазовое дело»;
- рабочей программой дисциплины «Математика».

Автор Кульпина Татьяна Александровна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры информационных технологий, электроэнергетики и систем управления

Методические указания одобрены на заседании кафедры информационных технологий, электроэнергетики и систем управления (протокол № 11 от 14.05.2022 г.)

В Методических рекомендациях изложены методология и методика подготовки расчетно-графических работ, а также требования к их оформлению; кроме того, определены основные обязанности кафедры транспортно-энергетических систем и научных руководителей по руководству, даны рекомендации студентам по их защите.

Методические рекомендации предназначены для руководителей расчетно-графических работ, а также для студентов всех форм обучения обучающихся по направлению по направления подготовки 21.03.01 «Нефтегазовое дело» в Чебоксарском институте (филиале) Московского политехнического университета.

1. Порядок выбора и утверждения темы расчетно-графической работы

Тема расчетно-графической работы определяется студентом совместно с преподавателем на основании перечня направлений научно-исследовательской деятельности, ежегодно утверждаемых кафедрами, и затем формулируется им в первоначальной редакции.

2. Структура и содержание расчетно-графической работы

Расчетно-графическая работа должен отвечать следующим требованиям к структуре:

– введение;
– основная часть;
– заключение;
– список использованной литературы.

Во введении обсуждается постановка задачи, выбор и обоснование начальных условий. В основной части приводятся все произведенные расчеты. В заключении анализируются и обсуждаются полученные результаты.

Цель расчетно-графической работы: выбрать материал резервуара, рассчитать нагрузки, действующие на резервуар, выбрать оптимальные размеры, выполнить расчет на прочность, устойчивость и опрокидывание резервуара, расчет и конструирование днища и покрытия резервуара.

3. Порядок оформления расчетно-графической работы

Расчетно-графическая работа выполняется на компьютере на стандартных листах А4. Текст печатается на одной стороне листа. На странице должно **располагаться 28-30 строк, каждая из которых содержит 60-65 знаков, включая пробелы. Междустрочный интервал – 1,5, шрифт текста – 14 (Times New Roman), в таблицах - 12, в подстрочных сносках -10.** Текст печатается строчными буквами (кроме заглавных), выравнивается по ширине с использованием переносов слов. На титульном листе надпись: расчетно-графическая работа печатается 18 шрифтом. Подчеркивание слов и выделение их курсивом внутри самой работы не допускается. Однако заголовки и подзаголовки при печатании текста письменной работы выделяются полужирным шрифтом. Абзацный отступ должен **соответствовать 1,25 см** и быть одинаковым по всей работе.

Ориентировочный объем расчетно-графической работы составляет **25-35 страниц**. В данный объем не входят приложения и список использованных источников. По согласованию с преподавателем объём работы может быть увеличен.

Страницы, на которых излагается текст, должны иметь поля: **левое -30 мм, правое - 10 мм, верхнее - 20 мм, нижнее - 20 мм.**

В тексте работы «Введение», название глав, «Заключение» и «Список использованной литературы» печатаются (начинаются) с новой страницы.

Расстояние между заголовком и подзаголовком, заголовком и последующим текстом, подзаголовком и предыдущим текстом отделяют двумя полуторными межстрочными интервалами, а между подзаголовком и последующим текстом - одним полуторным межстрочным интервалом.

Главы письменных работ нумеруются арабскими цифрами и должны начинаться с новой страницы (листа). Номер главы состоит из числа: 1, 2 и т.д.

Заголовки (подзаголовки) располагаются центрированным (посередине текста) способом.

Страницы письменных работ должны иметь сквозную нумерацию арабскими цифрами по всему тексту. Номер страницы проставляют в внизу поля страницы по центру без точки в конце. Первой страницей письменной работы является титульный лист. Он не нумеруется. В работе второй страницей является содержание.

Титульный лист должен содержать наименование учебного заведения, формы обучения, обозначение характера работы (курсовая), ее тему, фамилию, имя, отчество выполнившего ее студента, номер курса и группы, ученую степень, должность или ученое звание научного руководителя, его фамилию и инициалы, графы «Дата сдачи», «Допустить к защите», «Дата защиты», «Оценка», место и год написания работы.

Оглавление работы, которое следует после титульного листа, должно содержать названия элементов структуры работы и номера листов, с которых они начинаются.

При использовании литературы и цитировании отдельных научных положений студент обязан осуществлять в сносках ссылки на авторов и источники, откуда он заимствует материал (фамилия и инициалы автора, название работы, место и год издания, конкретная страница, откуда заимствована цитата). При этом цитирование допускается только в ограниченном объеме, оправданном целью цитирования (для обоснования актуальности рассматриваемого вопроса; демонстрации различных взглядов, существующих в науке по проблемам темы, подтверждения или опровержения выдвигаемых студентом тезисов и т.п.).

Прямое цитирование в тексте обязательно оформляется с помощью кавычек. В случае буквального воспроизведения положений научных трудов без указания на их названия и авторов расчетно-графическая работа к защите не допускается.

В списке использованных источников должны быть указаны только те материалы, на которые имеется ссылка (сноска) в работе.

Если в курсовой работе имеются приложения, их необходимо пронумеровать. Все листы расчетно-графической работы должны быть пронумерованы.

Нумерация страниц в курсовой работе должна быть сплошной. Студент отвечает за грамотность и аккуратность оформления расчетно-графической работы.

Наличие грамматических, орфографических и пунктуационных ошибок либо небрежное оформление работы может послужить причиной неудовлетворительной оценки работы.

4. Порядок представления расчетно-графической работы на защиту

Расчетно-графическая работа, подготовленный студентом в окончательной форме, должна быть представлена делопроизводителю кафедры в следующем комплекте:

в письменной форме в прошитом, сброшюрованном или скрепленном виде – 1 экземпляр;

в электронной форме посредством направления на электронный почтовый адрес кафедры транспортно-энергетических систем ttm@chebpolytech.ru – 1 экземпляр.

Делопроизводитель кафедры после регистрации факта и даты сдачи расчетно-графической работы передает ее для проверки научным руководителем.

Передача расчетно-графической работы в электронной форме может быть осуществлена путем направления ее студентом непосредственно научному руководителю по электронной почте.

После поступления расчетно-графической работы на кафедру научный руководитель проверяет ее в течение 14 календарных дней с момента поступления на кафедру, после чего возвращает ее делопроизводителю со своим отзывом. В отзыве указываются следующие положения:

– наименование учебного заведения, кафедры, формы обучения;

– обозначение характера работы (курсовая), ее тему;

– фамилию, имя, отчество выполнившего ее студента, номер курса и группы;

– ученую степень, должность или ученое звание научного руководителя, его фамилию и инициалы;

– соответствие представленной расчетно-графической работы общим требованиям, указанным в настоящих Методических указаниях;

- указание на имеющиеся в курсовой работе недостатки (как по форме, так и по содержанию работы), не препятствующие допуску работы к защите;

– вывод о возможности допуска расчетно-графической работы к защите.

В случае если поставленные научным руководителем вопросы не ясны студенту, он вправе уточнить их у научного руководителя лично во время его еженедельных консультаций (дежурств на кафедре) или дистанционно через электронную почту.

В случае формулирования научным руководителем вывода о невозможности допуска расчетно-графической работы к защите расчетно-графическая работа подлежит подготовке заново с учетом замечаний, указанных научным руководителем, и повторному представлению на защиту в порядке, предусмотренном разделами 3-5, тому же научному руководителю.

5. Порядок защиты расчетно-графической работы

Защита расчетно-графической работы может проводиться только научному руководителю.

Защита расчетно-графической работы проводится в форме, установленной научным руководителем. При устной форме защиты расчетно-графической работы студент должен подготовить ответы на вопросы, поставленные ему научным руководителем в рецензии.

Научный руководитель вправе по своему усмотрению задавать студенту дополнительные вопросы для проверки уровня и качества освоения им знаний по теме расчетно-графической работы, а также для дополнительной проверки самостоятельности выполнения расчетно-графической работы.

По итогам защиты научный руководитель определяет, может ли быть защита зачтена, или требуется повторная защита.

По итогам первоначальной или (в случае ее неудачи) повторной защиты расчетно-графической работы научный руководитель ставит отметку о защите расчетно-графической работы в зачетной книжке студента, в ведомости и на титульном листе работы.

После защиты рецензия и расчетно-графическая работа подлежат сканированию самим студентом и заливке в Электронную информационно-образовательную среду (Электронное портфолио) Чебоксарского института (филиала) Московского политехнического университета по адресу http://students.polytech21.ru/login.php, после чего работа в письменной форме передаются студентом делопроизводителю для хранения в архиве Филиала.

ПЕРЕЧЕНЬ ОСНОВНОЙ И ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКОЙ РАБОТЫ

Основная литература

1. *Шипачев, В. С.* Высшая математика. Полный курс в 2 т. Том 1 : учебник для вузов / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 4-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 248 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07889-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/584495

2. Шипачев, В. С. Высшая математика. Полный курс в 2 т. Том 2 : учебник для вузов / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 4-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 305 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07891-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/537838.

3. Богомолов, Н. В. Математика. Задачи с решениями : учебник для вузов / Н. В. Богомолов. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 755 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-16210-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/599027

Дополнительная литература

1. Бугров, Я. С. Высшая математика. Задачник : учебное пособие для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 192 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-7568-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/536744.

2. Математика для экономистов. Практикум : учебное пособие для вузов / О. В. Татарников [и др.] ; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2025. — 285 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8868-0. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/536181.

3. Богомолов, Н. В. Математика. Задачи с решениями : учебное пособие для вузов / Н. В. Богомолов. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2026. — 755 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-16210-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/544898 .

Периодика:

1. Нефтегазовая промышленность: отраслевой журнал. https://nprom.online. - Текст: электронный.

2. Бурение и нефть: научно-технический рецензируемый журнал. https://burneft.ru/ethics. - Текст: электронный.

Приложение

1. Теоретический материал и примеры решения задач

Матрицы и операции над ними

Сложение (вычитание) матриц одинакового размера производится поэлементно.

$$C=A+B,\ c_{ij}=a_{ij}+b_{ij},\ i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n}.$$

Умножение матрицы на число – каждый элемент матрицы умножается на это число.

$$A=\lambda B,\ a_{ij}=\lambda b_{ij}.$$

Умножение матрицы на матрицу определено, если число столбцов первой матрицы равно числу строк второй матрицы. Произведением матрицы $A_{m\times n}$ на $B_{n\times p}$ называется матрица $C_{m\times p}$, элементы которой вычисляются по формуле

$$c_{ij}=\sum_{k=1}^{n} a_{ik} b_{kj},\ i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n}.$$

Замена каждой строки матрицы ее столбцом с сохранением порядка называется *транспонированием.* Транспонированная по отношению к матрице A матрица обозначается A^t.

Пример. Найти матрицу $C=2A+B^t$, где

$$A = ¿\left(-2\ \ 3¿\right)\left(1\ \ 0¿\right)¿¿¿ \ ¿$$

Решение. $C = 2A + B^t = 2 \cdot ¿\ ¿\left(-2\ 3¿\right)\left(1\ 0¿\right)¿¿¿ + ¿\left(1\ 6¿\right)\left(-3\ 1¿\right)¿¿¿ \ ¿\left(-4\ 6¿\right)\left(2\ 0¿\right)¿¿¿ \ ¿\left(1\ 6¿\right)\left(-3\ 1¿\right)¿¿¿ \ ¿\left(-3\ 12¿\right)\left(-1\ 1¿\right)¿¿¿$

Пример. Найти произведение матриц

$$A = ¿\left(-2\ \ 3¿\right)\left(1\ \ 0¿\right)¿¿¿ \ ¿$$

Решение.

$$A \cdot B = ¿\left(-2\ \ 3¿\right)\left(1\ \ 0¿\right)¿¿¿ \ ¿$$

Определители

Каждой квадратной матрице можно поставит в соответствие число, называемое *определителем.*

Определитель матрицы *второго порядка* вычисляется по формуле

$$|A| = \Delta_2 = \det A = ¿\left|a_{11}\ \ a_{12}¿\right|¿¿¿ \ ¿$$

Определитель матрицы *третьего порядка* вычисляется по *правилу треугольников* или *Саррюса*

$$|A|=\Delta_3=\det A=¿|a_{11}\ \ a_{12}\ \ a_{13}¿||a_{21}\ \ a_{22}\ \ a_{23}¿|¿¿¿¿¿¿$$

Определитель матрицы *второго порядка* вычисляется более сложно. Можно применить теорему Лапласа.

Теорема Лапласа. Определитель квадратной матрицы равен сумме произведений элементов какой-либо строки (столбца) на их алгебраические дополнения.

$$|A|=\det A=\sum_{j=1}^{n} a_{ij}A_{ij}.$$

Определитель треугольной (диагональной) матрицы равен произведению диагональных элементов.

Пример. Вычислить определитель матрицы $A=¿|3\ -1\ -1¿||-3\ 1\ 5¿|¿¿¿¿$: а) по правилу треугольников; б) с помощью алгебраических дополнений.

Решение. а)

$$\Delta=3\cdot 1\cdot 4+(-1)\cdot(-3)\cdot(-2)+(-1)\cdot 5\cdot 2-(-1)\cdot 1\cdot 2-3\cdot 5\cdot(-2)-(-1)\cdot(-3)\cdot 4=$$
$$=12-6-10+2+30-12=16.$$

б) Найдем алгебраические дополнения 3-й строки.

$$A_{31}=(-1)^{3+1}¿|-1\ \ -1¿|¿¿¿A_{32}=(-1)^{3+2}¿|\ 3\ \ -1¿|¿¿¿$$

$$A_{33}=(-1)^{3+3}¿|\ 3\ \ -1¿|¿¿¿$$

Тогда по теореме Лапласа

$$|A| = \det A = a_{31}A_{31} + a_{32}A_{32} + a_{33}A_{33} = 2\cdot(-4) + (-2)\cdot(-12) + 4\cdot 0 = 16.$$

Ранг матрицы

Обратная матрица

Квадратная матрица называется *невырожденной*, если ее определитель отличен от нуля.

Обратной матрицей A^{-1} для матрицы A называется матрица, для которой справедливо равенство $A^{-1}\cdot A = A\cdot A^{-1} = E$, где E - единичная матрица.

Обратная матрица A^{-1} определена только для квадратных невырожденных матриц и может быть вычислена по формуле

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}\left(A_{ij}\right)^{t}.$$

Теорема о ранге матрицы. Ранг матрицы равен максимальному числу ее линейно-независимых строк или столбцов.

Пример. Найти матрицу, обратную к матрице

$$A = ¿\left(2\ \ 1\ -1¿\right)\left(5\ \ 2\ \ 4¿\right)¿¿¿¿.$$

Решение.

1 способ. Находим определитель матрицы $|A| = ¿\left|2\ \ 1\ -1¿\right|\left|5\ \ 2\ \ 4¿\right|¿¿¿¿$ Значит матрица имеет обратную.

$$(A|E)=\left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 5 & 2 & 4 & 0 & 1 & 0 \\ 7 & 3 & 4 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right)$$

Прибавим к элементам 2-й строки, умноженной на 2, элементы 1-й строки, умноженной на -5, а к элементам 3-й строки, умноженным на 2, элементы 1-й строки, умноженные на -7. Получим

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 13 & -5 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 15 & -7 & 0 & 2 \end{array}\right)$$

К элементам 3-й строки прибавим элементы 2-й строки, умноженные на -1.

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 13 & -5 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & -2 & 2 \end{array}\right)$$

К 1-й строке, умноженной на 2, прибавим 3-ю, а к 2-й, умноженной на 2, 3-ю строку, умноженную на -13.

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 4 & 2 & 0 & 0 & -2 & 2 \\ 0 & -2 & 0 & 16 & 30 & -26 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & -2 & 2 \end{array}\right)$$

Сложим элементы 1-й и 2-й строк.

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 4 & 0 & 0 & 16 & 28 & -24 \\ 0 & -2 & 0 & 16 & 30 & -26 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & -2 & 2 \end{array}\right)$$

Поделив 1-ю строку на 4, 2-ю – на -2, 3-ю – на 2, справа от черты получим матрицу обратную для исходной.

$$A^{-1}=\begin{pmatrix}4 & 7 & -6\\ -8 & -15 & 13\\ -1 & -1 & 1\end{pmatrix}$$

Проверяем правильность вычислений по формуле

$$A^{-1}\cdot A=A\cdot A^{-1}=E.$$

2 способ. Находим алгебраические дополнения всех элементов матрицы.

$$A_{11}=(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}2 & 4\end{vmatrix}\quad A_{12}=(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}5 & 4\end{vmatrix}\quad A_{13}=(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}5 & 2\end{vmatrix}$$

$$A_{21}=(-1)^{2+1}\begin{vmatrix}1 & -1\end{vmatrix}\quad A_{22}=(-1)^{2+2}\begin{vmatrix}2 & -1\end{vmatrix}\quad A_{23}=(-1)^{2+3}\begin{vmatrix}2 & 1\end{vmatrix}\quad A_{31}=(-1)^{3+1}\begin{vmatrix}1 & -1\end{vmatrix}$$

$$A_{32}=(-1)^{3+2}\begin{vmatrix}2 & -1\end{vmatrix}\quad A_{33}=(-1)^{3+3}\begin{vmatrix}2 & 1\end{vmatrix}$$

Подставим найденные значения дополнений и определителя в формулу

$$A^{-1}=\frac{1}{|A|}\left(A_{ij}\right)^{t}.$$

Получим

$$A^{-1}=\begin{pmatrix}4 & 7 & -6\\ -8 & -15 & 13\\ -1 & -1 & 1\end{pmatrix}.$$

Системы линейных алгебраических уравнений

Система m линейных алгебраических уравнений с n неизвестными имеет вид

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases}$$

где a_{ij}-коэффициенты при неизвестных, b_m- свободные члены.

Основными методами решения СЛАУ являются метод Гаусса, матричный метод и правило Крамера. Метод Гаусса применим для решения любой СЛАУ, в то время как метод Крамера и матричный метод могут быть использованы только для решения систем с квадратной невырожденной матрицей.

Для решения *методом Гаусса* составляют расширенную матрицу системы, которую затем с помощью элементарных преобразований приводят к ступенчатому виду. По полученной матрице выписывают новую систему и решают ее методом исключения переменных.

Решение системы *матричным методом* или *методом обратной матрицы* определяется по формуле

$$X = A^{-1} \cdot B.$$

По формулам Крамера :

$$x_j = \frac{\Delta_j}{\Delta},$$

где Δ- определитель системы, Δ_j- определители, полученные из определителя системы заменой j-го столбца на столбец свободных членов.

Пример. Решить СЛАУ: а) матричным методом; б) методом Крамера; в) методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=3, \\ 2x_1-x_2+x_3=2, \end{cases}$$

Решение. а) Матрица системы имеет вид

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$X=\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$ - столбец неизвестных, $$B=\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$ - столбец свободных членов.

Определитель системы $\Delta=-7\neq0$. Обратная матрица

$$A^{-1}=\frac{1}{7}\begin{pmatrix} 3 & -1 & -2 \\ 5 & -4 & -1 \end{pmatrix}.$$

По формуле

$$X=A^{-1}\cdot B=\frac{1}{7}\begin{pmatrix} 3 & -1 & -2 \\ 5 & -4 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, $x_1=1,\ x_2=1,\ x_3=1$.

б) Вычислим вспомогательные определители

$$\Delta_1=\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix},\quad \Delta_2=\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{vmatrix},\quad \Delta_2=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}.$$

$$x_1=\frac{\Delta_1}{\Delta}=\frac{-7}{-7}=1,\ x_2=\frac{\Delta_2}{\Delta}=\frac{-7}{-7}=1,\ x_3=\frac{\Delta_3}{\Delta}=\frac{-7}{-7}=1.$$

в) Выпишем расширенную матрицу системы

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 1 & 2 \\ -3 & 2 & 1 & 0 \end{array}\right).$$

Приведем ее к ступенчатому виду. Для этого прибавим к элементам 2-й строки элементы 1-й строки, умноженные на -2, а к элементам 3-й строки – элементы 1-й строки, умноженные на 3.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -3 & -1 & -4 \\ 0 & 5 & 4 & 9 \end{array}\right)$$

Прибавим к 3-й строке, умноженной на 3, 2-ю строку, умноженную на 5.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -3 & -1 & -4 \\ 0 & 0 & 7 & 7 \end{array}\right)$$

Расширенная матрица приведена к ступенчатому виду. Соответствующая ей система имеет вид

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ -3x_2 - x_3 = -4, \\ 7x_3 = 7. \end{cases}$$

Из последнего уравнения найдем $x_3 = \frac{7}{7} = 1$, из второго уравнения $x_2 = \frac{4 - x_3}{3} = \frac{4-1}{3} = 1$, и из первого $x_1 = 3 - x_2 - x_3 = 3 - 1 - 1 = 1$.

Векторная алгебра

Операции над векторами

Скалярное произведение векторов

Вектором называют направленный отрезок, который можно перемещать параллельно самому себе.

Векторы $\vec{a}, \vec{b}$ называются *линейно-независимыми*, если $\lambda_1 \vec{a} + \lambda_2 \vec{b} = 0$

$\Leftrightarrow \lambda_1 = \lambda_2$. В противном случае, они линейно-зависимы.

Длиной (модулем) вектора называется длина отрезка, изображающего вектор. Длина $\vec{a}(x, y)$ определяется по формуле $\vec{a} = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Векторы называются *коллинеарными,* если лежат на одной прямой или на параллельных прямых.

Векторы называются *компланарными*, если лежат в одной плоскости или в параллельных плоскостях.

Линейными операциями с векторами являются:

1) сложение: $\vec{a} + \vec{b} = (x_1, y_1, z_1) + (x_2, y_2, z_2) = (x_1 + x_2, y_1 + y_2, z_1 + z_2)$;
2) умножение на число $\lambda \vec{a} = \lambda (x_1, y_1, z_1) = (\lambda x_1, \lambda y_1, \lambda z_1)$.

Углы наклона $\vec{a}$ к осям координат называются *направляющими косинусами.*

$$\cos\alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}},\ \cos\beta = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}},\ \cos\gamma = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}},$$

причем

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1.$$

Проекцией вектора $\vec{a}$ на ось l называется число

$$np_l\vec{a}=|\vec{a}|\cos\phi,$$

где ϕ - угол наклона вектора $\vec{a}$ к оси l.

Скалярным произведением $\vec{a},\vec{b}$ называется число

$$(\vec{a},\vec{b})=\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos\phi.$$

В координатной форме

$$(\vec{a},\vec{b})=\vec{a}\cdot\vec{b}=x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2.$$

Угол между векторами $\vec{a},\vec{b}$ определяется по формуле

$$\cos\phi=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}.$$

Пример. Найти длину $\vec{d}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ и разложить его по $\vec{a},\vec{b}$, если

$$\vec{a}=(3,-1),\ \vec{b}=(1,-2),\ \vec{c}=(-1,1).$$

Решение. Найдем координаты $\vec{d}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=(3,-1)+(1,-2)+(-1,1)=(3,-2)$.

Длина вектора $\vec{d}=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{3^2+(-2)^2}=\sqrt{13}$.

Разложить по $\vec{a},\vec{b}$ - значит, представить в виде $\vec{d}=\alpha\cdot\vec{a}+\beta\cdot\vec{b}$. Для определения α,β, запишем в виде

$$\alpha\cdot(3,-1)+\beta\cdot(1,-2)=(3,-2)$$

или

$$\{3\alpha+\beta=3,¿¿¿¿$$

Решив систему, получим $\alpha=\frac{4}{5}\beta=\frac{3}{5}$, то есть $\vec{d}=\frac{4}{5}\vec{a}+\frac{3}{5}\vec{b}$.

Пример. Найти угол между векторами $\vec{a}+\vec{b}$ и $\vec{a}-\vec{b}$, если $|\vec{a}|=4,\ |\vec{b}|=3,\ \phi=\frac{\pi}{3}$.

Решение. $$\cos\phi=\frac{\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\left(\vec{a}-\vec{b}\right)}{|\vec{a}+\vec{b}|\cdot|\vec{a}-\vec{b}|}=\frac{|\vec{a}|^2-|\vec{b}|^2}{\sqrt{|\vec{a}|^2+2\left(\vec{a},\vec{b}\right)+|\vec{b}|^2}\cdot\sqrt{|\vec{a}|^2-2\left(\vec{a},\vec{b}\right)+|\vec{b}|^2}}=$$

$$=\frac{4^2-3^2}{\sqrt{4^2+2\cdot4\cdot3\cdot\cos\frac{\pi}{3}+3^2}\cdot\sqrt{4^2-2\cdot4\cdot3\cdot\cos\frac{\pi}{3}+3^2}}=\frac{7}{\sqrt{37}\cdot\sqrt{13}}.$$

Векторное и смешанное произведения векторов

Векторным произведением $\vec{a},\vec{b}$ называется число

$$\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\vec{a}\times\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\sin\phi.$$

В координатной форме

$$\left[\vec{a},\vec{b}\right]=\vec{a}\times\vec{b}=¿\left|i\ \ j\ \ k¿\right|\left|x_1\ y_1\ z_1¿\right|¿¿¿\ ¿.$$

Площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равна модулю их векторного произведения.

Площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$ равна половине модуля их векторного произведения.

Смешанным произведением $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ называется число

$$\vec{a}\vec{b}\vec{c} = ¿ \left| x_1\, y_1\, z_1 ¿ \right| \left| x_2\, y_2\, z_2 ¿ ¿ \right| ¿ ¿ ¿ .$$

Объем параллелепипеда, построенного на $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, равен модулю их смешанного произведения.

Пример. Найти вектор $\vec{d}$, ортогональный $\vec{a}=(1, 2, 3), \vec{b}=(-7, 0, 2)$, для которого скалярное произведение с $\vec{c}=(1, 1, 1)$ равно 3.

Решение. Искомый вектор коллинеарен $\vec{a}\times\vec{b}$. Следовательно, он равен $\lambda(\vec{a}\times\vec{b})$.

$$\left[\vec{a}, \vec{b}\right] = \vec{a}\times\vec{b} = ¿ \left| \ i \ \ j \ \ k ¿ \right\| \ 1 \ 2 \ 3 ¿ \left| ¿ ¿ ¿ \right. ¿ .$$

Тогда $\vec{d}=(4\lambda, -23\lambda, 14\lambda)$.

$$\vec{d}\cdot\vec{c} = 4\lambda\cdot 1 - 23\lambda\cdot 1 + 14\lambda\cdot 1 = -5\lambda = 3,\ \lambda = -\frac{3}{5} \Rightarrow \vec{d} = \left(-\frac{12}{5}, \frac{69}{5}, -\frac{42}{5}\right).$$

2. Задания расчётно-графической работы №1.

<u>Задание1.</u> Даны матрицы *A* и *B*. Найдите матрицу *C*.

1. $A = ¿ \left(2 \ \ 3 \ ¿ \ 5 ¿ \right) ¿ ¿ ¿$.

2. $A = ¿ \left(7 \ \ 4 ¿ \right) \left(0 - 3 ¿ \right) ¿ ¿ ¿ ¿$.

3. $A=¿\left(4\ \ 1\ -3¿\right)\left(2\ \ 0\ -4¿\right)¿¿¿$ ¿ .

4. $A=¿\left(9\ -11¿\right)\left(7\ -3¿\right)¿¿¿$ ¿ .

5. $A=¿\left(-2\ \ 1\ -5¿\right)¿¿¿$ ¿ .

6. $A=¿\left(-4\ \ 2\ -1¿\right)\left(-1\ \ 0\ -2¿\right)¿¿¿$ ¿ .

7. $A=¿\left(3\ -1¿\right)\left(6\ \ 8¿\right)¿¿¿$ ¿ .

8. $A=¿\left(-2\ \ 1¿\right)\left(5\ -7\ ¿\right)¿¿¿$ ¿

9. $A=¿\left(-3\ \ 2\ -11¿\right)\left(-1\ \ 2\ -2¿\right)¿¿¿$ ¿ .

10. $A=¿\left(2\ -16¿\right)\left(6\ -3¿\right)¿¿¿$ ¿

<u>Задание2.</u> Найдите произведение матриц $A\cdot B$ или значение матричного многочлена. Существует ли произведение $B\cdot A$?

1. $A=(1\ -1\ 2),\ B=¿(1\ -2¿)(4\ \ 3¿)¿¿¿$ ¿ .

2. $A=(1\ 2\ 3),\ B=¿(-2¿)(\ 1¿)¿¿¿$ ¿ .

3. $A=¿(1\ \ 2¿)¿¿¿$ ¿ .

4. $A=¿(3\ \ 1\ \ 1¿)(2\ \ 1\ \ 2¿)¿¿¿$ ¿

5. $A=(-4\ 34\ 3),\ B=¿(-2¿)(14¿)¿¿¿$ ¿ .

6. $f(x)=2x^2-5x+3,$

$A=¿(1\ \ 2¿)¿¿¿$ ¿ .

7. $f(x)=3x^2+2x-5,$

$A=¿(3\ \ 1\ \ 1¿)(2\ \ 1\ \ 2¿)¿¿¿$ ¿

8. $f(x)=x^3-7x^2+3,$

A=¿ |4 1 −3¿| |2 0 −4¿| ¿ ¿¿ ¿ .

9. $f(x)=12x^2+5x+3$,

A=¿ (−6 3 ¿) ¿ ¿¿ ¿ .

10. A=¿ |9 0 1¿| |4 1 −7¿| ¿ ¿¿ ¿

Задание3. Вычислить определитель.

1. |2 2 -1¿||2 -1 2¿|¿ ¿¿ ¿ .

2. |3 1 1¿||2 1 2¿|¿ ¿¿ ¿ .

3. |1 1 -1¿||2 -1 1¿|¿ ¿¿ ¿ .

4. |4 1 -3¿||2 0 -4¿|¿ ¿¿¿ ¿ ¿ .

5. |6 1 3¿||0 3 0¿|¿ ¿¿ ¿ .

6. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 3 & 1 \end{vmatrix}$.

7. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 4 & 10 & 1 \\ 1 & 7 & 7 & 3 \end{vmatrix}$.

8. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 4 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 1 \end{vmatrix}$.

9. $\begin{vmatrix} 1 & 5 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$.

10. $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 4 & 1 \\ 3 & 8 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 0 & 1 \end{vmatrix}$.

<u>Задание4.</u> Найдите обратную матрицу для матрицы *A*. Сделайте проверку.

1. $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

2. $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & -1 \\ -2 & 7 & 2 \end{pmatrix}$.

3. $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ 4 & 5 & 1\end{pmatrix}$.

4. $A=\begin{pmatrix}2 & 1 & 3\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}$.

5. $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 2 & 1 & 0\end{pmatrix}$.

6. $A=\begin{pmatrix}5 & 3 & -6\\ 2 & -1 & 0\end{pmatrix}$

7. $A=\begin{pmatrix}1 & 3 & -1 & 2\\ 2 & -1 & 3 & 5\end{pmatrix}$.

8. $A=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 1 & 2\\ 3 & 1 & 3 & 1\end{pmatrix}$

9. $A=\begin{pmatrix}8 & 3 & -8\\ 20 & -1 & 0\end{pmatrix}$

10. $A=\begin{pmatrix}13 & 3 & -1 & 2\\ 2 & -12 & 8 & 5\end{pmatrix}$.

Задание5. Решить систему линейных алгебраических уравнений тремя способами:

-методом Гаусса

-по формулам Крамера

-средствами матричного исчисления

1. $\begin{cases} x+y+2z=-1, \\ 2x-y+2z=-4, \end{cases}$

2. $\begin{cases} x+3y+4z=3, \\ 2x-y-z=1, \end{cases}$

3. $\begin{cases} 2x-4y+z=3, \\ x-5y+3z=-1, \end{cases}$

4. $\begin{cases} x+3y-z=4, \\ -x+2y+3z=12, \end{cases}$

5. $\begin{cases} 5x-y+z=-17, \\ x-3y+2z=-11, \end{cases}$

6. $\begin{cases} 4x-y-z=-3, \\ x+3y+3z=-4, \end{cases}$

7. $\begin{cases} 3x-y+z=-16, \\ 2x-3y+2z=-11, \end{cases}$

8. $\begin{cases} x-y-z=-3, \\ x+2y+3z=-4, \end{cases}$

9. $\begin{cases} x+y+z=-1, \\ 6x-y+2z=-4, \end{cases}$

10. $\begin{cases} x+y+4z=1, \\ 2x+y-z=1, \end{cases}$

Задание6. Найти линейную комбинацию векторов.

1. $3\vec{a}+4\vec{b}-\vec{c}$, где $\vec{a}=(4,1,3)$, $\vec{b}=(1,2,-2)$, $\vec{c}=(10,8,1)$.

2. $2\vec{a}+3\vec{b}+4\vec{c}$, где $\vec{a}=(1,2,0)$, $\vec{b}=(2,1,1)$, $\vec{c}=(-1,1,-2)$.

3. $(\vec{a},\vec{b})\vec{c}+3(\vec{b},\vec{c})\vec{b}$, где $\vec{a}=(4,1,3)$, $\vec{b}=(1,2,-2)$, $\vec{c}=(10,8,1)$.

4. $4\vec{a}+19\{\vec{b}-\vec{c}$¿, где $\vec{a}=(2,-4,3),\vec{b}=(10,-5,-2),\vec{c}=(187,8,1)$.

5. $18\{\vec{a}+3\vec{b}+7\vec{c}$¿, где $\vec{a}=(-6,2,0),\vec{b}=(54,1,1),\vec{c}=(-90,1,-2)$.

6. $(\vec{a},\vec{b})\vec{c}+13(\vec{b},\vec{c})\vec{b}$, где $\vec{a}=(45,-9,3),\vec{b}=(1,2,-2),\vec{c}=(131,9,1)$.

7. $13\{\vec{a}+6\vec{b}-\vec{c}$¿, где $\vec{a}=(-10,1,9),\vec{b}=(1,7,-2),\vec{c}=(10,5,1)$.

8. $-5\vec{a}+4\vec{b}+4\vec{c}$, где $\vec{a}=(-7,2,0),\vec{b}=(-5,1,1),\vec{c}=(-1,1,-2)$.

9. $2(\vec{a},\vec{b})\vec{c}+7(\vec{b},\vec{c})\vec{b}$, где $\vec{a}=(4,-8,3),\vec{b}=(90,2,-2),\vec{c}=(10,8,1)$.

10. $14\{\vec{a}+19\{\vec{b}$¿$-\vec{c}$¿, где $\vec{a}=(-4,-4,3),\vec{b}=(113,-5,-2),\vec{c}=(17,3,1)$.

<u>Задание7.</u> Найти скалярное произведение векторов и угол между ними.

1. $\vec{a}=(0,4,-3),\vec{b}=(-1,2,2)$.

2. $\vec{a}=(2,1,-2),\vec{b}=(0,-2,-3)$.

3. $\vec{a}=(4,1,3),\vec{b}=(1,2,-2)$.

4. $\vec{a}=(1,2,0),\vec{b}=(2,1,1)$.

5. $\vec{a}=(4,1,3),\vec{b}=(1,2,-2)$.

6. $\vec{a}=(1,4,-7),\vec{b}=(-1,2,2)$.

7. $\vec{a}=(10,1,-5),\vec{b}=(3,-2,-3)$.

8. $\vec{a}=(-14,11,3),\vec{b}=(3,2,-2)$.

9. $\vec{a}=(13,2,0),\vec{b}=(24,1,1)$.

10. $\vec{a}=(51,1,-3),\vec{b}=(1,2,-2)$.

Задание8.

1. Даны точки $A(2,-1,4),B(4,0,2)$. Найти модуль и направление вектора AB

2. Найти $|2\vec{a}+3\vec{b}|$, если $\vec{a}=(1.5,0,-4),\vec{b}=(0,0,4)$.

3. При каком значении n векторы $\vec{a}=(3,-2,1)$ и $\vec{b}=(n,4,0.5)$ ортогональны?

4. Найти $(\vec{c},\vec{d})$, если $\vec{c}=5\vec{a}+\vec{b},\vec{d}=4\vec{a}-\vec{b},|\vec{a}|=2,|\vec{b}|=3,$ а угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ 120^o.

5. Вычислить $|\vec{c}|$, если $\vec{c}=5\vec{a}-2\vec{b},|\vec{a}|=3,|\vec{b}|=4,$ а угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ 60^o.

6. Вычислить $(\vec{a}-\vec{b})^2$, если $|\vec{a}|=2\sqrt{2},|\vec{b}|=4,$ а угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ 135^o.

7. Найти внешний угол B в треугольнике ABC, если $A(2,-1,4),B(4,0,2),C(2,-3,1)$.

8. Найти угол между векторами $\vec{a}+\vec{b}$ и $\vec{a}-\vec{b}$, если $|\vec{a}|=1,|\vec{b}|=6,$ а угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ 60^o.

9. Найти $\vec{c}=2\vec{a},\vec{d}=\vec{b}-\vec{a},|\vec{c}|,|\vec{d}|,\vec{d}^2,(\vec{c},\vec{d})$, угол между векторами $\vec{c},\vec{d}$, если $\vec{a}=(2,-1,-2),\vec{b}=(8,-4,0)$.

10. Построить параллелограмм на векторах $OA=(1,1,0),OB=(0,-3,1)$. Определить диагонали и их длины.

Задание9.

1. Вычислить $[\vec{c},\vec{d}]$, если

$\vec{c}=\vec{a}-3\vec{b},\ \vec{d}=-2\vec{a}+\vec{b},\ \vec{a}=(-1,\,0,\,3),\ \vec{b}=(1,\,1,\,2).$

2. Найти $\left|[\vec{c},\vec{d}]\right|$, если $\vec{c}=4\vec{a}-2\vec{b},\ \vec{d}=-\vec{a}+3\vec{b},\ |\vec{a}|=|\vec{b}|=2,$ а угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ 30^o.

3. Вычислить площадь треугольника ABC, если $A(2\,,-2{,}3),\ B(-3,\,-6,\,0),\ C(4,\,-3,\,-1).$

4.Лежат ли точки $A(2\,,-1,\,-3),\ B(-4,\,1,\,-2),\ C(0,\,-6,\,3),\ D(-12,\,-2,\,5)$ в одной плоскости?

5. Лежат ли точки $A(1\,,-2,\,3),\ B(0,\,1,\,0),\ C(1,\,2,\,-1),\ D(4,\,-1,\,7)$ в одной плоскости?

6. Найти смешанное произведение векторов $\vec{a}=(2,\,-2,\,6)$, $\vec{b}=(-6,\,6,\,3)$, $\vec{c}=(3,\,-2,\,5)$.

7. Найти объем тетраэдра $ABCD$, высотуBP, площади граней тетраэдра, если$A(1\,,-3,\,-5),\ B(-1,\,2,\,-4),\ C(0,\,0,\,-2),D(-6,\,-1,\,-2)$.

8. Найти объем тетраэдра $ABCD$, высотуBP, медианы граней, площади граней тетраэдра, если $A(2\,,-1,\,2),\ B(5,\,5,\,5),\ C(3,\,2,\,0),D(4,\,1,\,4)$.

9. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}=5\vec{p}+2\vec{q},\ \vec{b}=\vec{p}-3\vec{q}$, длины диагоналей параллелограмма, угол между $\vec{a}$ и $\vec{p}$, и проекцию $\vec{a}$ на $\vec{b}$.

10. Вычислить объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{c}=6\vec{a}+10\{\vec{b}, \vec{d}=3\vec{a}-6\vec{b}, \vec{f}=3\vec{a}-6\vec{b}, |\vec{a}|=1, |\vec{b}|=2,$¿ а угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ 135^o.

<u>Задание10.</u>

1. Написать уравнения высоты, проведенной из вершины A, и медианы, проведенной из вершины B, треугольника ABC, если $A(-1,-5), B(3,-1), C(1,-2)$.

2. Написать уравнение стороны квадрата $ABCD$, если заданы координаты двух его смежных вершин $A(1,-1), B(-3,3)$.

3. Написать уравнение прямой, которая проходит через точку $A(8,6)$ и образует с координатными осями треугольник площадью 12.

4. Вычислить расстояние от точки $A(5,4)$ до прямой, проходящей через точки $B(1,-2), C(0,3)$.

5. Написать уравнения прямых, проходящих через точку $A(1,4)$, одна из которых параллельна, а другая перпендикулярна прямой $-2x+5y-2=0$.

6. Написать уравнение прямой, которая проходит через точку $A(-1,5)$ и точку пересечения прямых $5x+3y-1=0$ и $4x+5y+7=0$.

7. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $A(1,1,2)$, перпендикулярно вектору AB, если $B(-1,2,3)$.

8. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $A(-1,2,-3)$ параллельно плоскости, заданной уравнением $4x+y-2z+2=0$.

9. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $A(1,-1,3)$ и отсекающей на координатных осях равные отрезки.

10. Найти угол между плоскостями, заданными уравнениями $x-\sqrt{2}y+z-1=0$ и $x+\sqrt{2}y-z+3=0$.

3. Критерии оценки расчетно-графической работы и типовые ошибки при ее выполнении.

Шкала оценивания	Критерии оценивания
«Отлично»	обучающийся ясно изложил условия задач, решения обосновал
«Хорошо»	обучающийся ясно изложил условия задач, но в обосновании решений имеются сомнения;
«Удовлетворительно»	обучающийся изложил решение задач, но в решении есть ошибки;
«Неудовлетворительно»	обучающийся не уяснил условия задач, решения не обосновал, либо не сдал работу на проверку.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ЧЕБОКСАРСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) МОСКОВСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Кафедра Информационных технологий, электроэнергетики и систем управления

РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКАЯ РАБОТА

по дисциплине «МАТЕМАТИКА»

____

Наименование темы

Выполнил: студент __ курса
___________отделения
по направлению _____________
____
____
Ф.И.О.

Научный руководитель:
____
должность, звание
____
Ф.И.О.

Оценка ____________________________

Дата «__» _______________ 2022г.

Чебоксары 2022