

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Агафонов Александр Викторович
Должность: директор филиала
Дата подписания: 17.06.2025 10:30:10
Уникальный программный ключ:
2539477a8ecf706dc9cff164bc411eb6d3c4ab06

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования
"МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ"
Чебоксарский институт (филиал)



**МОСКОВСКИЙ
ПОЛИТЕХ**

Чебоксарский институт

Кафедра Информационных технологий и систем управления

ТЕОРИЯ УПРУГОСТИ С ОСНОВАМИ ТЕОРИИ ПЛАСТИЧНОСТИ И ПОЛЗУЧЕСТИ

**Методические указания для выполнения расчетно-графической
работы по дисциплине «Теория упругости с основами теории
пластичности и ползучести» для специальности 08.05.01
Строительство уникальных зданий и сооружений, студентами
очной формы обучения.**

Чебоксары, 2020

С целью обеспечения выполнения учебного плана студентами, обучающимися индивидуально и по заочной форме обучения, а также в случаях возникновения задолженностей по дисциплине, созданы условия их ликвидации. Для обучающихся этих категорий разработаны индивидуальные задания для самостоятельного выполнения, которые представлены на сайте института <http://sdo.polytech21.ru/>. В течение учебного года на кафедре проводятся консультации согласно графику консультаций в «День заочника», с помощью электронной почты кафедры и преподавателей, а также через систему дистанционного обучения <http://sdo.polytech21.ru/>.

В соответствии с учебным планом специальности студент заочного отделения выполняет контрольную работу.

К выполнению работы следует приступать только после изучения соответствующего теоретического материала курса по учебнику и ознакомления с методическими указаниями.

Выполняя контрольную работу, студент должен придерживаться указанных ниже правил.

1 Контрольная работа пишется по варианту, номер которого определяется по двум последним цифрам p и q номера зачетной книжки студента (например: номеру зачетной книжки студента №123456 соответствует 56 вариант, где $p=5$ и $q=6$). При решении заданий своего варианта студенту необходимо заменить p и q соответствующими цифрами. Контрольная работа, выполненная не по своему варианту, не засчитывается.

2 Контрольная работа оформляется в тетради, в которой оставляются поля для замечаний рецензента. На обложке тетради необходимо поместить название предмета, номер зачетной книжки, вариант контрольной работы, заголовок работы, в котором указываются фамилия и инициалы студента, профиль подготовки, фамилия и инициалы преподавателя, ведущего данный предмет.

3 Решение задач следует располагать в порядке номеров, указанных в заданиях, сохраняя номера задач. Перед решением каждой задачи нужно выписать полностью ее условие. Решение задач нужно излагать подробно и аккуратно, объясняя все действия и делая необходимые построения и расчеты.

4 Выполненная студентом контрольная работа предоставляется на проверку не позднее, чем за две недели до начала сессии. При допуске контрольной работы к защите работа студенту не возвращается. В противном случае работа возвращается на доработку.

5 После получения отрецензированной работы студент должен исправить в этой же тетради все отмеченные ошибки и недочеты.

6 Студент, не сдавший контрольную работу в срок, не допускается до экзамена.

Образцы контрольных работ:

Контрольная работа № 1

1. Решить систему линейных уравнений: а) по правилу Крамера. б) средствами матричного исчисления.

$$\begin{cases} x + y + z = 0; \\ 2x + y = 4; \\ x - y - 2z = 5. \end{cases}$$

2. Определить координаты точки пересечения двух взаимно перпендикулярных прямых, проходящих через фокусы эллипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$, если известно, что точка $A(-2, 6)$ лежит на прямой, проходящей через его правый фокус.

3. Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$: $A_1(3; 1; 4)$, $A_2(-1; 6; 1)$, $A_3(-1; 1; 6)$ и $A_4(0; 4; -1)$. Найти: 1) длину ребра A_1A_2 ; 2) косинус угла между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ; 3) площадь грани $A_1A_2A_3$; 4) уравнение грани $A_1A_2A_3$; 5) уравнение высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$; 6) объем пирамиды. Сделать чертеж.

4. Найти производные y' данных функций.

$$а) y = \frac{3x-4}{\sqrt{x^3+3x-2}}; \quad б) y = (3^{\sin x} - \cos^2 2x)^3; \quad в)$$

$$y = \ln \arcsin \sqrt{1-x^2};$$

$$г) y = \ln^3 \sqrt{\frac{2-x^2}{x^3-6x}}; \quad д) y = (2x+3)^{\operatorname{tg} x}.$$

5. Найти неопределенные интегралы. Правильность результатов проверить дифференцированием.

$$а) \int \frac{x dx}{7+x^2}; \quad б) \int \frac{(x+18) dx}{x^2-4x+12}; \quad в) \int (3-x) \cos x dx.$$

6. Вычислить объем тела, получающегося вращением вокруг оси Ox криволинейного треугольника, ограниченного линиями.

$$x^2 - y = 0, x = -1, y = 0.$$

Контрольная работа № 2

1. Найти экстремумы функции

$$z = xy - x^2 - 2y^2 + x + 10y - 8.$$

2. Найти общее решение дифференциального уравнения.

$$a) \quad xy' = y \ln\left(\frac{y}{x}\right); \quad б) \quad y'' \operatorname{tg} y = 2(y')^2.$$

3. Найти частное решение дифференциального уравнения второго порядка, удовлетворяющее заданным начальным условиям.

$$y'' + 6y' + 9y = 10e^{-3x}, y(0) = 3, y'(0) = 2.$$

4. Изменить порядок интегрирования в двойном интеграле, сделать чертеж области интегрирования.

$$\int_{-1}^0 dx \int_{8x^3}^{-2x+6} f(x, y) dy.$$

5. Вычислить криволинейный интеграл:

$$\int_{OA} (xy - x) dx + \frac{x^2}{2} dy \text{ вдоль параболы } y^2 = 4x \text{ от начала координат до точки } A(1; 2).$$

6. Исследовать на сходимость числовой ряд с помощью достаточных признаков сходимости

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+5}{4n^3-1}.$$

7. Выяснить сходится ли ряд абсолютно, или условно, или расходится

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{2n-1}.$$

8. Найти радиус и интервал сходимости степенного ряда. Исследовать сходимость ряда на концах интервала сходимости

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 + 3}{3^n} (x + 3)^n.$$

Тестовые задания

1. Произведение $A \cdot B$ двух квадратных матриц

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \text{ равно...}$$

- 1) $\begin{pmatrix} 13 & -7 & 8 \\ 9 & -6 & -5 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 17 & 12 \\ -27 & -68 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 17 & -27 \\ -12 & 68 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 7 & 11 \\ 12 & 6 \end{pmatrix}$ 5) $\begin{pmatrix} 8 & -9 \\ 7 & -7 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}$

2. Определитель $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & -4 & -1 \\ -1 & 8 & 3 \end{vmatrix}$ равен...

- 1) -6 2) -16 3) 6 4) 14 5) 16

3. Обратной матрицей для данной матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ является матрица...

- 1) $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$
5) $\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$

4. Система $\begin{cases} x + 2y + 3z = 0, \\ 2x - y + z = 3, \\ 3x + y + 4z = 3. \end{cases}$ имеет...

- 1) одно решение 2) два решения 3) не имеет решений

4) множество решений 5) три решения

5. Решением системы $\begin{cases} 2x + 7y = 8, \\ 6x + 5y = -8. \end{cases}$ является пара...

- 1) (-3; -2) 2) (-3; 2) 3) (3; -2) 4) (3; 2) 5) (1; 2)

6. Определитель $\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 2\alpha - 3 \end{vmatrix}$ равен 0 при $\alpha = \dots$

- 1) -3 2) 3 3) 2 4) 0 5) 5

7. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$. Матрица $2A - B^2$ равна...

- 1) $\begin{pmatrix} -1 & -7 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & -7 \\ 6 & -6 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 1 & -7 \\ -6 & -6 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$
5) $\begin{pmatrix} 1 & -7 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$

8. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 4k - 3 & 2 & -5 \\ -3 & 7 & 10 \end{pmatrix}$. Алгебраическое дополнение $A_{33} = 0$ при $k = \dots$

- 1) -1 2) 2 3) 1 4) 0 5) -2

9. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 7 & -3 & 1 \\ 4 & -4 & 0 \\ -2 & 6 & 2 \end{pmatrix}$. Тогда сумма элементов, расположенных на главной диагонали этой матрицы, равна...

- 1) -5 2) 5 3) 13 4) -7 5) 10

10. Сумма координат вектора AC треугольника ABC : $AB = \{2; 3; -1\}$
 $BC = \{-1; 2; 2\}$ равна

- 1) -2; 2) 0; 3) 3; 4) 7; 5) -1.

11. Векторы $\mathbf{a} = \{2 - \alpha; -1; 3 + \alpha\}$ и $\mathbf{b} = \{1; 2\alpha; 2\}$ ортогональны, если число α равно:

1) -2 ; 2) 0 ; 3) 6 ; 4) 8 ; 5) -4 .

12. Скалярное произведение векторов, $\mathbf{a} = \{2; 3; -1; 1; 0\}$ $\mathbf{b} = \{0; -1; 2; 2; 1\}$ заданных в ортонормированном базисе равно:

1) -2 ; 2) -3 ; 3) 0 ; 4) 1 ; 5) 4 .

13. Угол между векторами $\mathbf{a} = \{-1; -1; 0\}$ и $\mathbf{b} = \{1; 0; 1\}$ равен

1) 30° ; 2) $\arccos 0,75$; 3) 60° ; 4) 120° ; 5) 45° .

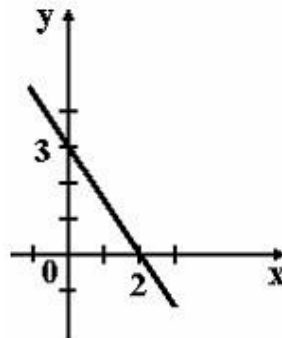
14. Уравнение прямой, проходящей через точки $A(2; 0; 1)$ и $B(-1; 1; -3)$, имеет вид:

1) $\frac{x-2}{3} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{-4}$; 2) $\frac{x+2}{-3} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{-4}$; 3)

$\frac{x-2}{-3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-4}$;

4) $\frac{x-2}{-3} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{-4}$; 5) $\frac{x-2}{-3} = \frac{y}{-1} = \frac{z+3}{-4}$.

15. Уравнение прямой, изображенной на рисунке



имеет вид...

1) $3x + 2y = 6$; 2) $2x + 3y = 6$; 3) $3x + 2y = 1$; 4) $2x + 3y = 1$.

16. Даны две смежные вершины квадрата $A(5,6)$ и $B(-2,5)$. Тогда площадь этого квадрата равна...

1) 50 2) $\sqrt{10}$ 3) $\sqrt{50}$ 4) 10

17. Точкой пересечения плоскости $-2x + 3y + z - 6 = 0$ с осью OY является ...

1) $C(0;3;0)$ 2) $B(0;-2;0)$ 3) $D(0;1;3)$ 4) $A(0;2;0)$

18. Установите соответствие между уравнениями плоскости и точками, которые лежат в этих плоскостях

1. $x + 2y + 3z - 6 = 0$ 2. $3x + y - 4 = 0$ 3. $4y + z - x = 0$

4. $6x + 5y + z - 1 = 0$

1) $(0;0;1)$ 2) $(1;1;0)$ 3) $(0;0;0)$ 4) $(1;1;1)$

19. Радиус окружности, заданной уравнением $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$, равен...

1) 5; 2) 3; 3) 4; 4) 2.

20. Уравнение $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{25} = 1$ на плоскости определяет...

- 1) гиперболу
- 2) параболу
- 3) эллипс
- 4) пару прямых

21. Предел функции в указанной точке $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{2x^2 + x - 10}$ равен...

1) ∞ ; 2) $\frac{4}{9}$; 3) $-\frac{4}{9}$; 4) $\frac{9}{4}$; 5) $\frac{1}{3}$.

22. Используя правило Лопиталя предел функции в точке $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{\sin^2 3x}$ равен...

1) $\frac{3}{7}$ 2) $\frac{7}{18}$ 3) $\frac{1}{18}$ 4) $-\frac{5}{33}$ 5) $\frac{-1}{7}$

23. Дифференциал функции $y = x^2 + 5x - 7$ равен...

1) $y = (2x + 5)dx$ 2) $y = (x^2 + 5x - 7)dx$ 3)

$y = -(x^2 + 5x - 7)dx$

4) $y = (5 - 2x)dx$ 5) не существует

24. Производная частного $\frac{x}{2x-1}$ равна...
- 1) $\frac{4x-1}{(2x-1)^2}$ 2) $\frac{1}{(2x-1)^2}$ 3) $-\frac{1}{(2x-1)^2}$ 4) $-\frac{1}{2x-1}$ 5) $\frac{1}{2x-1}$
25. Наименьшее значение функции $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - \frac{2}{3}$ на отрезке $[-1;1]$ равно...
- 1) 0 2) -2 3) $-\frac{2}{3}$ 4) $-\frac{4}{3}$ 5) $\frac{5}{9}$
26. Установить четность или нечетность функции $f(x) = x^4 \sin 7x$...
- 1) четная 2) нечетная 3) ни четная, ни нечетная
4) невозможно определить
27. Точками разрыва функции $y = \frac{2}{x^2 - 3x + 2}$ являются...
- 1) $x = 1, x = 2$ 2) $x = 3, x = -2$ 3) $x = -1, x = 2$
4) $x = 1, x = -2$ 5) $x = -3, x = 2$
28. Уравнение касательной к графику функции $f(x) = x^2 + 2$ в точке $x_0 = 1$ имеет вид...
- 1) $y - 3 = -\frac{1}{2}(x - 1)$ 2) $y - 2 = 3(x - 1)$ 3) $y - 3 = 2(x - 1)$
4) $y - 1 = 2(x - 4)$ 5) $y - 1 = x^2 + 2$
29. Одной из первообразных функции $y = 3 - 2x$ является функция
- 1) $3 - x^2$; 2) $3x - x^2 + 1$; 3) $3x - 2$; 4) $3x - 2x^2$; 5) $3x^2 - 2x + 1$.

30. Определенный интеграл, выражающий площадь треугольника с вершинами

$(0; 0), (-2; 0), (-2; -3)$ имеет вид

$$\begin{array}{lll} 1) \int_{-2}^0 \left(-\frac{3}{2}x\right)dx; & 2) \int_{-3}^0 \frac{2}{3}ydy; & 3) \int_{-2}^0 \frac{3}{2}xdx; \\ 4) \int_{-2}^0 \frac{3}{2}ydy; & 5) \int_{-2}^0 2xdx. \end{array}$$

31. Площадь фигуры, ограниченной линиями $y=2x-x^2$ и $y=-x$, представляется интегралом

$$\begin{array}{ll} 1) \int_{-3}^1 [(2x-x^2)-x]dx; & 2) \int_0^3 [(2x-x^2)-(-x)]dx; \\ 3) \int_0^3 [(-x)-(2x-x^2)]dx; & 4) \int_0^3 [x-(2x-x^2)]dx; \\ 5) \int_{-3}^1 [x+(2x-x^2)]dx. \end{array}$$

32. Площадь фигуры, ограниченной линиями $y=\sin x$, $y=\frac{2}{\pi}x$ ($0 \leq x \leq \pi/2$), равна

$$1) (\pi+4)/4; \quad 2) \pi/2; \quad 3) \pi/4; \quad 4) (4-\pi)/4; \quad 5) \pi.$$

33. Частная производная $\frac{\partial z}{\partial y}$ от функции $z=2x^3y-x^2+2y^3-3$ равна

$$\begin{array}{llll} 1) 2x^3+6y^2; & 2) 6x^2y-2x; & 3) 2x^3+6y^2+6x^2y-2x; & 4) 2x^2+6y^3; \\ 5) -2x+6y^2. \end{array}$$

34. Общий интеграл дифференциального уравнения $e^y dy = \frac{dx}{x}$ имеет вид ...

$$1) e^y = \ln|x| + C \quad 2) y = \ln|x| + C \quad 3) e^y = -\frac{1}{x^2} + C \quad 4)$$

$$e^y = x + C$$

35. Решением уравнения $\operatorname{tg} x \cdot y' - y = 2$ является функция ...

$$\begin{array}{lll} 1) y = 3 \cdot \operatorname{tg} x - 2 & 2) y = 3 \cdot \sin x - 2 & 3) y = 3 \cdot \operatorname{ctg} x - 2 \\ 4) y = 3 \cdot \sin x + 2 \end{array}$$

36. Из данных дифференциальных уравнений уравнениями с разделяющимися переменными являются ...

$$1) \frac{dy}{dx} = \frac{y^3}{x+1} + 1 \quad 2) y^3 \frac{dy}{dx} + x^3 y = 0 \quad 3) y \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{y^3 + 1}$$

$$4) \frac{dy}{dx} - 2e^x x^2 + y = 0$$

37. Из данных дифференциальных уравнений уравнениями Бернулли являются ...

$$1) \frac{dy}{dx} - 3x^2 + y = 0 \quad 2) x \frac{dy}{dx} - y = y^2 e^x \quad 3) y \frac{dy}{dx} + x^3 = 0$$

$$4) \frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{y^3}{x^3}$$

38. Каков вид частного решения для данного дифференциального уравнения

$$y'' - 2y' + y = 10e^{3x}?$$

$$1) Ae^{3x}; \quad 2) Ax^2 e^{3x}; \quad 3) Axe^{3x}; \quad 4) Axe^{2x}; \quad 5) Ae^x.$$

39. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{n+1} x^n$ равен

$$1) 3; \quad 2) \infty; \quad 3) 1; \quad 4) 1/3; \quad 5) 0.$$

40. Частичная сумма S_3 ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{5^n}$ равна...

$$1) \frac{9}{125} \quad 2) \frac{93}{125} \quad 3) \frac{18}{25} \quad 4) \frac{3}{5}$$