

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Агафонов Александр Витальевич  
Должность: директор филиала  
Дата подписания: 19.03.2022 23:17:55  
Уникальный программный ключ:  
2539477a8ecf706d4e110c511963101

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ**  
**ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**  
**«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
**ЧЕБОКСАРСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) МОСКОВСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО**  
**УНИВЕРСИТЕТА**

**Кафедра Информационных технологий, электроэнергетики и систем управления**

**УТВЕРЖДАЮ**  
**Директор филиала**  
А.В. Агафонов  
« 28 » мая 2021 г.



**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ  
РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ**

**«Математическая логика и теория алгоритмов»**  
(наименование дисциплины)

Направление подготовки	<b>09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»</b> (код и наименование направления подготовки)
Направленность подготовки	<b>«Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем»</b> (наименование профиля подготовки)
Квалификация выпускника	<b>Бакалавр</b>
Форма обучения	<b>очная и заочная</b>

Методические указания разработаны  
в соответствии с требованиями ФГОС ВО  
по направлению подготовки

09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»

Автор Кульпина Татьяна Александровна, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры Информационных технологий, электроэнергетики и систем управления

-

*(указать ФИО, ученую степень, ученое звание или должность)*

Методические указания одобрены на заседании кафедры Информационных технологий, электроэнергетики и систем управления

(протокол № 10 от 10.04.2021 г.).

С целью обеспечения выполнения учебного плана студентами, обучающимися по очной и заочной форме обучения, а также в случаях возникновения задолженностей по дисциплине, созданы условия их ликвидации. В течение учебного года на кафедре проводятся консультации согласно графику консультаций в «День заочника», с помощью электронной почты кафедры и преподавателей, а также через систему дистанционного обучения.

В соответствии с учебным планом направления студенты очного и заочного отделения выполняют расчетно-графическую работу.

К выполнению работы следует приступать только после изучения соответствующего теоретического материала курса по учебникам:

#### Основная литература

1. Вайнштейн, Ю. В. Математическая логика и теория алгоритмов : учебное пособие / Ю. В. Вайнштейн, Т. Г. Пенькова, В. И. Вайнштейн. – Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2019. – 110 с. – ISBN 978-5-7638-4076-6. – URL: <https://znanium.com/catalog/product/1816597> . –Текст : электронный.
2. Судоплатов, С. В. Математическая логика и теория алгоритмов : учебник и практикум для вузов / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. – 5-е изд., стер. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 207 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-12274-9. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/447321>

#### Дополнительная литература

1. Скорубский, В. И. Математическая логика : учебник и практикум для вузов / В. И. Скорубский, В. И. Поляков, А. Г. Зыков. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 211 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-01114-2. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/469864>
2. Крупский, В. Н. Теория алгоритмов. Введение в сложность вычислений : учебное пособие для вузов / В. Н. Крупский. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2021. – 117 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534-04817-9. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/492937>

Выполняя расчетно-графическую работу, студент должен придерживаться указанных ниже правил.

1. Расчетно-графическая работа пишется по варианту, номер которого определяется по двум последним цифрам  $p$  и  $q$  номера зачетной книжки студента (например: номеру зачетной книжки студента №123456 соответствует 56 вариант, где  $p=5$  и  $q=6$ ). При решении заданий своего варианта студенту необходимо заменить  $p$  и  $q$  соответствующими цифрами. Расчетно-графическая работа, выполненная не по своему варианту, не принимается.
2. Расчетно-графическая работа оформляется в тетради, в которой оставляются поля для замечаний рецензента. На обложке тетради необходимо поместить название предмета, номер зачетной книжки, вариант контрольной работы, заголовок работы, в котором указываются фамилия и инициалы студента, профиль подготовки, фамилия и инициалы преподавателя, ведущего данный предмет.
3. Решение задач следует располагать в порядке номеров, указанных в заданиях, сохраняя номера задач. Перед решением каждой задачи нужно выписать полностью ее условие. Решение задач нужно излагать подробно и аккуратно, объясняя все действия и делая необходимые построения и расчеты.
4. Выполненная студентом работа предоставляется на проверку не позднее, чем за две недели до начала сессии. При допуске работы к защите работа студенту не возвращается. В противном случае работа возвращается на доработку.
5. После получения отрецензированной работы студент должен исправить в этой же тетради все отмеченные ошибки и недочеты.
6. Студент, не сдавший расчетно-графическую работу в срок, не допускается до экзамена.

## 1 задание

Определите логическое значение последнего высказывания, исходя из логических значений всех предыдущих высказываний.

1.  $\lambda(A \leftrightarrow B) = 0, \lambda(\neg B \rightarrow A) = ?$
2.  $\lambda(A \wedge B) = 0, \lambda(A \rightarrow B) = 1, \lambda(B \rightarrow \neg A) = ?$
3.  $\lambda(A \leftrightarrow B) = 0, \lambda(A \rightarrow B) = 1; \lambda((\neg A \rightarrow B) \leftrightarrow A) = ?$
4.  $\lambda(A \vee B) = 1, \lambda(A \rightarrow B) = 1, \lambda(\neg B \rightarrow A) = ?$
5.  $\lambda(A \wedge B) = 0, \lambda(A \leftrightarrow B) = 0, \lambda(A \rightarrow B) = 1, \lambda(A) = ?$
6.  $\lambda(A \wedge B) = 0, \lambda(A \leftrightarrow B) = 0, \lambda(A \rightarrow B) = 1, \lambda(B) = ?$
7.  $\lambda(A \wedge B) = 0, \lambda(A \vee B) = 1, \lambda(A \rightarrow B) = 1, \lambda(B \rightarrow A) = ?$
8.  $\lambda(A \rightarrow (B \leftrightarrow A)) = 0, \lambda(A \rightarrow B) = ?$
9.  $\lambda((A \vee B) \rightarrow A) = 1, \lambda(A \rightarrow B) = 1, \lambda(\neg A \leftrightarrow \neg B) = ?$
10.  $\lambda((A \leftrightarrow B) = 1, \lambda((A \rightarrow B) \wedge (\neg A \rightarrow \neg B)) = ?$

## 2 задание

Существует ли три таких высказывания  $A, B, C$ , чтобы одновременно выполнялись для них следующие условия:

1.  $\lambda(A \wedge B) = 1, \lambda(A \wedge C) = 0; \lambda(A \wedge B \wedge \neg C) = 0;$
2.  $\lambda(B \rightarrow A) = 1, \lambda(A \vee C) = 0; \lambda(A \leftrightarrow (B \wedge \neg C)) = 0;$
3.  $\lambda(A \vee B) = 0, \lambda(\neg B \wedge C) = 1; \lambda((A \vee \neg C) \leftrightarrow (\neg B \rightarrow \neg C)) = 1;$
4.  $\lambda(A \wedge \neg B) = 1, \lambda(B \vee C) = 1; \lambda(\neg(B \rightarrow A) \vee C) = 0;$
5.  $\lambda(\neg A \wedge B) = 0, \lambda(A \vee C) = 0; \lambda((A \vee B) \wedge \neg C) = 1;$
6.  $\lambda(A \vee B) = 0, \lambda(B \vee C) = 1; \lambda((C \rightarrow A) \vee (C \rightarrow B)) = 1;$
7.  $\lambda(A \rightarrow B) = 0, \lambda(A \rightarrow C) = 1; \lambda((C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow B)) = 1;$
8.  $\lambda(A \vee C) = 1, \lambda(A \vee B) = 0; \lambda(C \rightarrow (A \vee B)) = 1;$
9.  $\lambda(B \vee C) = 0, \lambda(\neg C \rightarrow A) = 0; \lambda(A \rightarrow B) = 0;$

$$10. \quad \lambda(A \wedge C) = 1, \lambda(C \leftrightarrow \neg B) = 0; \lambda(A \rightarrow B) = 1;$$

### 3 задание

Докажите, что справедливы следующие логические следования, руководствуясь определением этого понятия

$$1. \quad (P \vee \neg R) \rightarrow Q \models (P \rightarrow Q) \wedge R$$

$$2. \quad (P \rightarrow Q) \rightarrow R \models P \rightarrow (Q \rightarrow R)$$

$$3. \quad (P \vee Q) \rightarrow R \models (P \wedge \neg Q) \vee R$$

$$4. \quad (P \rightarrow Q) \rightarrow R \models (P \wedge Q) \rightarrow R$$

$$5. \quad (P \wedge Q) \rightarrow R \models P \rightarrow (Q \rightarrow R)$$

$$6. \quad (P \leftrightarrow Q) \vee R \models (\neg P \rightarrow \neg Q) \vee R$$

$$7. \quad (P \vee R) \leftrightarrow Q \models (P \vee R) \leftrightarrow R$$

$$8. \quad \neg(P \vee Q) \models \neg P \vee R$$

$$9. \quad (P \vee Q) \rightarrow R \models (P \rightarrow Q) \vee (P \leftrightarrow R)$$

$$10. \quad P \wedge (Q \vee R) \models (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$$

### 4 задание

Приведите равносильными преобразованиями каждую из следующих формул к совершенно дизъюнктивной нормальной форме (СДНФ) и совершенно конъюнктивной нормальной форме (СКНФ).

$$1. \quad (X \leftrightarrow Y) \wedge \neg(Z \rightarrow T)$$

$$2. \quad ((X \rightarrow Y) \rightarrow (Z \rightarrow \neg X)) \rightarrow (Y \rightarrow \neg Z)$$

$$3. \quad (X \rightarrow (Y \rightarrow Z)) \rightarrow ((X \rightarrow \neg Z) \rightarrow (X \rightarrow \neg Y))$$

$$4. \quad ((X \rightarrow Y) \vee \neg Z) \rightarrow (X \vee (X \leftrightarrow Z))$$

$$5. \quad (X \rightarrow Y) \rightarrow Z$$

$$6. \quad X \rightarrow (Y \rightarrow Z)$$

$$7. \quad (\neg X \wedge \neg Y) \vee (X \leftrightarrow Z)$$

$$8. \quad (X \leftrightarrow Y) \rightarrow (X \wedge Z)$$

9.  $(X \leftrightarrow Y) \rightarrow ((\neg X \rightarrow Z) \rightarrow \neg Y)$

10.  $(X \vee \neg(Y \rightarrow Z)) \wedge (X \vee Z)$

### 5 задание

Изобразите на координатной плоскости множества истинности следующих двухместных предикатов, заданных на множестве действительных чисел  $\mathbf{R}$ .

1.  $x = y;$

2.  $|x| = |y|;$

3.  $x^2 + y^2 = 9;$

4.  $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 14 = 0;$

5.  $x^2 \leq y;$

6.  $y = 1/x;$

7.  $x + 3y < 6;$

8.  $(x^2 - y^2)/(x + y) = x - y;$

9.  $xy = 0;$

10.  $y = \lg(x + 1);$

### 6 задание

Изобразите на координатной прямой или на координатной плоскости множества истинности следующих предикатов

1.  $(x > 2) \wedge (x < 2)$

2.  $(x > 2) \vee (x < 2)$

3.  $(x > 2) \leftrightarrow (x < 2)$

4.  $(x \geq 0) \wedge (y \leq 0)$

5.  $(x \geq 0) \vee (y \leq 0)$

6.  $(x \geq 0) \rightarrow (y \leq 0)$

7.  $(|x| < 3) \wedge (x \geq 2)$

$$8. (\sin x > 0) \wedge (|x - 2| < 5) \wedge (\lg x > 1)$$

$$9. (x^2 + y^2 > 1) \leftrightarrow (xy < 0)$$

$$10. (|x| > 2) \rightarrow (|x| < 3)$$

### 7 задание

Выясните, равносильны ли следующие предикаты, если их рассматривать над множеством действительных чисел  $\mathbf{R}$ , над множеством рациональных чисел  $\mathbf{Q}$ , над множеством целых чисел  $\mathbf{Z}$  и над множеством натуральных чисел  $\mathbf{N}$ :

$$1. 5x^2 - 11x + 2 = 0, (x^2 - 3)(3x^2 - 7x + 2) = 0$$

$$2. x^2 - 3/x - \sqrt{3} = x + \sqrt{3}, \cos x \leq 1$$

$$3. x^2 = 0, |x| \leq 0$$

$$4. \sqrt{x} \cdot \sqrt{y} = 15, \sqrt{x \cdot y} = 15$$

$$5. |x| \neq |y|, x = y$$

$$6. x < 2, y < 2$$

$$7. \lg(x \cdot y) = 1, \lg x + \lg y = 1$$

$$8. 2^x \cdot 2^y = 4, 2^{x+y} = 4$$

$$9. \lg(x \cdot y) = \lg x + \lg y, 2^x \cdot 2^y = 2^{x+y}$$

$$10. \lg(x \cdot y) = \lg x + \lg y, \sqrt{x \cdot y} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$$

### 8 задание

Определите, является ли один из следующих предикатов, заданных на множестве действительных чисел, следствием другого:

$$1. "|x| < 3", "x^2 - 3x + 2 = 0"$$

$$2. "x^4 = 16", "x^2 = -2"$$

$$3. "x - 1 > 0", "(x - 2)(x + 5) = 0"$$

$$4. "\sin x = 3", "x^2 + 5 = 0"$$

5.  $"x^2 + 5x - 6 > 0", "x + 1 = 1 + x"$
6.  $"x^2 \leq 0", "x = \sin \pi"$
7.  $"-5 < x", "x < 5"$
8.  $"\lg x \leq 1", "1 \leq x \leq 10"$
9.  $"x^2 + y^2 = 1", "x^2 + y^2 \leq 1"$
10.  $"x^2 < y", "y \geq 0"$

### 9 задание

Дана машина Тьюринга с внешним алфавитом  $A = \{ a_0, 1 \}$ , алфавитом внутренних состояний  $Q = \{ q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7 \}$  и со следующей( программой) функциональной схемой

$Q$							
$A$	$q_1$	$q_2$	$q_3$	$q_4$	$q_5$	$q_6$	$q_7$
$a_0$	$q_4 a_0 \Pi$	$q_6 a_0 \Pi$	$q_6 a_0 \Pi$	$q_0 1$	$q_4 a_0 \Pi$	$q_0 a_0$	$q_6 a_0 \Pi$
$1$	$q_2 1 \Pi$	$q_3 1 \Pi$	$q_1 1 \Pi$	$q_5 a_0$	$q_5 a_0$	$q_7 a_0$	$q_7 a_0$

Изображая на каждом такте работы машины получающуюся конфигурацию, определите, в какое слово перерабатывает машина каждое из следующих слов, исходя из начального стандартного положения:

- 1) 1111111
- 2) 111
- 3)  $1a_0111a_0a_01111$
- 4)  $11a_0a_0111111$
- 5)  $11a_0111$
- 6) 1111

- 7) 1 a<sub>0</sub>11 a<sub>0</sub>
- 8) 1 a<sub>0</sub> a<sub>0</sub> a<sub>0</sub>11
- 9) 1 a<sub>0</sub> 1a<sub>0</sub>1
- 10) 11 a<sub>0</sub>11 a<sub>0</sub>1

**10 задание**

Машина Тьюринга задается следующей функциональной схемой

$Q$	$q_1$	$q_2$	$q_3$
$A$			
$a_0$		$q_31П$	$q_1a_0Л$
$1$	$q_2a_0Л$	$q_21Л$	$q_31П$
$*$	$q_0a_0$	$q_2*Л$	$q_3*П$

Определите, в какое слово перерабатывает машина каждое из следующих слов, исходя из начального стандартного положения. После этого постарайтесь усмотреть общую закономерность в работе машины:

- 1) 111\*1
- 2) 1\*11
- 3) 11\*111
- 4) 11111\*
- 5) \*1111
- 6) 1\*111
- 7) 11\*1111
- 8) \*111
- 9) 111\*11

10) 1\*1111